

## 第十五届蓝桥杯大赛软件赛决赛

Python 研究生组

### 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

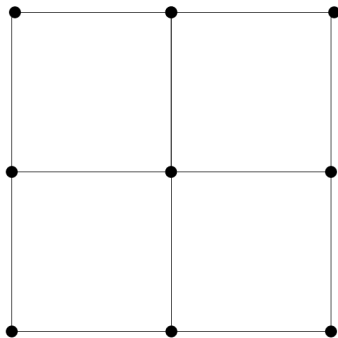
## 试题 A：汉字田

本题总分：5 分

### 【问题描述】

在中国传统文化中，汉字“田”具有非常重要的地位。其最初的象形意义展现了一块被四等分的农田，四个等分代表农田的不同区域，中间交叉点则代表了田间的道路或水渠。在古代，农田的划分与耕作是社会经济的根基，所以“田”字不仅代表农田，还象征着土地、财产和生产力。到了现代，虽“田”字的直接象形意义已经不再明显，但它仍是生活中不可或缺的一部分，在语言文字以及数学逻辑思维训练中都发挥着作用。比如在几何问题中，“田字格”常常被用来帮助理解空间问题。

现在，若将汉字“田”抽象为一个由 9 个点组成的图形，这些点分布在田字格的四个角、四条外边的中点以及田字格的中心。那么请问，一共有多少条直线恰好只经过这 9 个点中的任意两个点？



### 【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 床底取牌

本题总分：5 分

### 【问题描述】

最近，小蓝对拼单词的游戏特别着迷。他有一盒专门用于拼单词的字母卡片，其中每张卡片上分别印有 l、a、n、q、i、o 中的一个字母，并且每种字母对应的卡牌都有 5 张。

小蓝给自己设定了一个目标，即拼出单词 lanqiao。对此，他需要 2 张 a 以及 l、n、q、i、o 各 1 张。

然而，很不幸的是，小蓝在玩耍时不小心把卡片盒打翻了，所有的卡片一下子都掉进了床底下。因为床底下光线非常暗，小蓝根本无法看清卡片上的字母。

那么请问，要想凑齐 l、a、n、q、i、a、o 这 6 张卡牌，小蓝最少需要从床底下取出几张卡牌呢？

### 【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 设置密码

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

小蓝设计了一个管理系统，管理系统需要支持设置用户的密码，并给出密码的强度。合法密码要求如下：

只能包含大小写字母、数字和特殊字符 `~!@#$%^&*()_`，以上字符的 ASCII 码依次为：126, 33, 64, 35, 36, 37, 94, 38, 42, 40, 41, 95。

密码的强度按下列方式判断：

强密码：密码长度  $\geq 12$ ，同时包含大写字母、小写字母、数字、特殊字符，或包含包括特殊字符在内的其中三种，且特殊字符的种类数  $\geq 3$ ；

中密码：密码长度  $\geq 8$ ，不属于强密码，至少有大写字母、小写字母、数字、特殊字符中的两种；

弱密码：密码长度  $\geq 6$ ，不属于强密码或中密码。

三者都不是的密码同样视为不合法的密码。

给定若干个字符串（每行一个），判断其是否能作为密码，能作为密码时判断密码的强度。

对每个字符串输出 0,1,2,3 中的一个，分别对应不合法的密码、弱密码、中密码、强密码四种情况。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示需要判断的密码的个数。

接下来  $T$  行，每行包含一个字符串  $S_i$ ，表示一个需要判断的密码。保证每个字符串中仅包含 ASCII 码中的可打印字符（ASCII 码在 32 至 126 之间，包含 32 和 126）。

### 【输出格式】

输出  $T$  行，每行包含一个数字  $A_i$  表示第  $i$  个密码的强度。

### 【样例输入】

```
4
@Qaq1
123456
lanqiao2024
a1@R7c1h(GO*q3)
```

### 【样例输出】

```
0
1
2
3
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 80% 的评测用例， $T = 1$ ，

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 10^5$ ， $1 \leq |S_i| \leq 32$ ，其中  $|S_i|$  表示  $S_i$  的长度。

## 试题 D: 限流器

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

小蓝最近为自己的服务开发了一套 OpenAPI，为了防止接口被恶意盗刷，他需要搭建一套分布式限流组件。

简而言之，我们想要限制在时间区间  $[k \cdot N, (k + 1) \cdot N)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 中，接口最多只允许成功访问  $M$  次，对于超出限制的访问则返回异常状态表示请求失败。

现在给出某个客户端对 API 请求的时间戳，请你统计下其中有多少次的请求是成功的。

### 【输入格式】

输入的第一行包含三个整数  $N, M, L$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第二行包含  $L$  个整数  $t_1, t_2, \dots, t_L$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示  $L$  次 API 访问的时间戳。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示 API 请求成功的次数。

### 【样例输入】

```
60 5 10
0 60 15 60 0 50 60 1 1 61
```

### 【样例输出】

```
9
```

### 【样例说明】

$[0, 60)$  内访问了 6 次，有 1 次会访问失败，5 次访问成功； $[60, 120)$  内访问了 4 次，均成功；总计成功访问  $5 + 4 = 9$  次。

### 【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例， $1 \leq N, M, L \leq 1000$ ， $0 \leq t_i \leq 1000$ 。

## 试题 E: 修改数位

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

给定一个  $n$  位的没有前导零的十进制数  $m$ ，你可以将其任意位  $a_i$  改为任意其它数字  $b_i$ ，花费为  $|b_i - a_i|$ 。我们希望通过最少的花费使得修改后的数中存在连续的 10 位，包含了从 0 到 9 的所有数字，且每个数字恰好出现一次。

请输出最少需要花费是多少（修改后也要求没有前导零）。

### 【输入格式】

输入一行包含一个整数表示  $m$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

### 【样例输入】

123456789301

### 【样例输出】

1

### 【样例说明】

将右边第 3 位改为 2 是一种方案，此时后 10 位恰好含有 0~9 各一个。

### 【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 500$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^6$ ，请注意  $n$  表示数位个数。



## 试题 F: 瞬移

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

小蓝在环游宇宙的过程中误入了一个数轴上的秘境，秘境的入口为 1，这是小蓝的初始位置，出口为  $L$ ，小蓝每次可以选取两个正整数  $x, y$ ，其中  $x, y \in \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，并向右瞬间移动  $x + y$  的距离，然而，秘境有大小限制，如果小蓝当前位置为  $p$ ，则瞬移后的位置为  $(p + x + y - 1) \bmod L + 1$ ，当小蓝的位置在出口  $L$  时即可离开秘境，请问小蓝最少瞬移多少次之后可以离开秘境？

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数  $n, L$ ，用一个空格分隔。

第二行包含  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案，如果小蓝永远无法离开秘境，输出  $-1$ 。

### 【样例输入】

```
2 10
1 2
```

### 【样例输出】

```
3
```

### 【样例说明】

第一次选取  $x = 1, y = 1$ ，到达位置 3，

第二次选取  $x = 1, y = 2$ ，到达位置 6，

第三次选取  $x = 2, y = 2$ ，到达位置 10。

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 200$ ， $1 \leq L \leq 200$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 2000$ ， $1 \leq L \leq 2000$ ， $0 \leq a_i \leq 10^8$ 。

## 试题 G: 树的结点值

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

给定一棵包含  $n$  个结点的树，其树根编号为 1。我们规定其第  $i$  个结点的值为其对应的子树内所有与  $i$  奇偶性相同的结点数量。请按编号从小到大的顺序输出其每个结点的值。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $n$ 。

接下来  $n - 1$  行描述每个结点的父结点，其中第  $i$  行包含一个整数  $F_{i+1}$ ，表示第  $i + 1$  个结点的父结点。

### 【输出格式】

输出  $n$  行，每行包含一个整数表示编号为  $i$  的结点的值。

### 【样例输入】

```
5
1
2
1
2
```

### 【样例输出】

```
3
1
1
1
1
```

**【评测用例规模与约定】**

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ，

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq F_i < i$ 。

## 试题 H: 排练

时间限制: 20.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

小蓝的班上有  $n$  名同学正在为校庆活动排练节目，他们在舞台上站成一排。若把他们看做在数轴上，从左到右第  $i$  名同学的位置即为  $a_i$ 。为了美观，小蓝想在队伍中插入一些新同学，使得在新队伍中，对于任意三名相邻的同学的位置  $a_{i-1}, a_i, a_{i+1}$  满足  $a_{i+1} - a_i \leq 2(a_i - a_{i-1})$ 。小蓝想知道最少增加多少名同学可以满足条件。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数  $n$ 。

第二行包含  $n$  个正整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

### 【样例输入】

```
4
1 3 16 17
```

### 【样例输出】

```
2
```

### 【样例说明】

其中一种方案：在 6, 10 处插入两名同学，新队伍为 1, 3, 6, 10, 16, 17，满足条件。

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^8$ ， $a_{i+1} > a_i$ 。

## 试题 I: 斗蛐蛐

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

小蓝最近非常热衷于斗蛐蛐。她有  $n$  只不同的蛐蛐，每只蛐蛐的战斗都可以用一个数  $a_i$  表示，含义是当第  $i$  只蛐蛐攻击别的蛐蛐时有  $a_i$  的概率打倒对方，有  $1 - a_i$  的概率无事发生。

小蓝将  $n$  只蛐蛐按编号由 1 到  $n$  顺时针的顺序排成一圈，然后从 1 号蛐蛐开始发生以下的过程直到只剩下 1 只蛐蛐：

- 1、这只蛐蛐以各  $1/2$  的概率选定顺时针或逆时针方向。
- 2、这只蛐蛐攻击这个方向上第一只未被打倒的蛐蛐。
- 3、无论这次攻击是否打倒了蛐蛐，顺时针方向的下一只蛐蛐开始行动。

现在小蓝希望知道，最后剩下的蛐蛐是  $i$  号蛐蛐的概率是多少。为了防止精度误差，她希望你给出这个值在模素数  $m$  下的结果。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数  $n, m$ ，用一个空格分隔。

第二行包含  $n$  个正整数，其中第  $i$  个正整数表示第  $i$  只蛐蛐在模  $m$  下的战斗力  $a_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含  $n$  整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中第  $i$  个整数表示最后一只蛐蛐是  $i$  号蛐蛐的概率在模  $m$  下的表示。

### 【样例输入】

```
2 1000000007
5000000004 5000000004
```

### 【样例输出】

666666672 333333336

### 【样例说明】

一共两只蚰蚰，蚰蚰的战斗力的都是  $1/2$ ，1 号蚰蚰攻击 2 号蚰蚰若成功，则 1 号蚰蚰获胜，若失败则相当于双方位置交换，所以最终 1 号蚰蚰获胜概率  $p$  满足  $p = 1/2 + 1/2(1 - p)$  解得  $p = 2/3$ 。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $n \leq 8$ ， $a_i = (m + 1)/2$ ，即  $a_i$  在模  $m$  意义下为  $\frac{1}{2}$ ；

对于 50% 的评测用例， $n \leq 8$ ；

对于所有评测用例， $2 \leq a_i < m \leq 10^9 + 7$ ， $2 \leq n \leq 15$ ， $m$  必定为一个大于 2 的素数。



## 试题 J: 药剂

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

小蓝今天的实验内容是合并  $N$  瓶试剂。每瓶试剂初始都有一个魔法值  $a_i$ ，所有魔法值都是正整数。

每次小蓝会随机从手头的试剂中选出两瓶，将其合并。合并时，两瓶试剂会发生化学反应，产生强大的力量，也有可能效果没有那么好。但无论如何，小蓝会得到一瓶全新的，可以和其他试剂合并的试剂。我们认为，小蓝在合并两瓶试剂时，如果两瓶试剂的魔法值分别是  $x$  和  $y$ ，有  $\frac{1}{2}$  的概率，小蓝得到的新试剂魔法值为  $x + y$ ，对于另  $\frac{1}{2}$  概率，小蓝得到的新试剂的魔法值为  $xy$ 。

像这样，小蓝重复合并操作  $n - 1$  次，最后只会剩下一瓶试剂。小蓝希望知道，最后这瓶试剂的魔法值期望是多少。为了方便，假定这个值是  $ans$ ，你只需要告诉小蓝， $ans$  乘上  $2^{n-1} \prod_{i=2}^n C_i^2$  的结果，不难证明这个值一定是一个整数。但这个乘积显然太大了，小蓝只希望你告诉她这个乘积对整数  $mo$  取模之后的结果。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数  $N, mo$ ，用一个空格分隔。

第二行包含  $N$  个正整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中第  $i$  个正整数表示第  $i$  瓶试剂的魔法值  $a_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案，即最后一瓶试剂魔法值的期望乘上  $2^{n-1} \prod_{i=2}^n C_i^2$  的结果。

### 【样例输入】

```
3 1000000007
1 2 3
```

### 【样例输出】

75

### 【样例说明】

可能的合并情形较多，这里给出样例中两种可能的情况：

第一次小蓝随机选中魔法值为 1 和 3 的试剂进行合并，得到魔法值为  $1 + 3 = 4$  的一瓶新的试剂。

然后小蓝对仅剩的两瓶试剂进行合并，得到  $4 \times 2 = 8$  的一瓶试剂。

因此这种情况最终试剂的魔法值为 8。

又或者：

第一次小蓝随机选中魔法值为 1 和 2 的试剂进行合并，得到魔法值为  $1 \times 2 = 2$  的一瓶新的试剂。

然后小蓝对仅剩的两瓶试剂进行合并，得到  $2 + 3 = 5$  的一瓶试剂。

因此这种情况最终试剂的魔法值为 5。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 5$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 50$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 70% 的评测用例， $1 \leq N \leq 300$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 80% 的评测用例， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 3000$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ ， $1 \leq mo \leq 10^9 + 7$ 。