

第十五届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 研究生组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

试题 A：劲舞团

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝最近迷上了一款名为“劲舞团”的游戏，具体来说，只要按照游戏中给出的键位提示依次按出对应的键位，游戏人物便可以跟随节奏跳舞。对于连续的 K 次正确敲击，如果任意连续的两次敲击间间隔时间都小于等于 $1s$ ，那么我们称这是一次 K 连击。现在给出一局小蓝的游戏记录文件，`log.txt` 中记录了 N 条记录，每条记录有三个字段，依次为正确的敲击字符、小蓝打出的字符、打出字符的时间对应的毫秒时间戳。现在请你计算下最长的 K 连击是多少，你只需要输出 K 的值。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 召唤数学精灵

本题总分：5 分

【问题描述】

数学家们发现了两种用于召唤强大的数学精灵的仪式，这两种仪式分别被称为累加法仪式 $A(n)$ 和累乘法仪式 $B(n)$ 。

累加法仪式 $A(n)$ 是将从 1 到 n 的所有数字进行累加求和，即： $A(n) = 1 + 2 + \cdots + n$ 。

累乘法仪式 $B(n)$ 则是将从 1 到 n 的所有数字进行累乘求积，即： $B(n) = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 。

据说，当某个数字 i 满足 $A(i) - B(i)$ 能被 100 整除时，数学精灵就会被召唤出来。

现在，请你寻找在 1 到 2024041331404202 之间有多少个数字 i ，能够成功召唤出强大的数学精灵。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 封闭图形个数

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

在蓝桥王国，数字的大小不仅仅取决于它们的数值大小，还取决于它们所形成的“封闭图形”的个数。

封闭图形是指数字中完全封闭的空间，例如数字 1、2、3、5、7 都没有形成封闭图形，而数字 0、4、6、9 分别形成了 1 个封闭图形，数字 8 则形成了 2 个封闭图形。值得注意的是，封闭图形的个数是可以累加的。例如，对于数字 68，由于 6 形成了 1 个封闭图形，而 8 形成了 2 个，所以 68 形成的封闭图形的个数总共为 3。

在比较两个数的大小时，如果它们的封闭图形个数不同，那么封闭图形个数较多的数更大。例如，数字 41 和数字 18，它们对应的封闭图形的个数分别为 1 和 2，因此数字 41 小于数字 18。如果两个数的封闭图形个数相同，那么数值较大的数更大。例如，数字 14 和数字 41，它们的封闭图形的个数都是 1，但 $14 < 41$ ，所以数字 14 小于数字 41。如果两个数字的封闭图形个数和数值都相同，那么这两个数字被认为是相等的。

小蓝对蓝桥王国的数字大小规则十分感兴趣。现在，他将给定你 n 个数 a_1, a_2, \dots, a_n ，请你按照蓝桥王国的数字大小规则，将这 n 数从小到大排序，并输出排序后结果。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n ，表示给定的数字个数。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示待排序的数字。

【输出格式】

输出一行包含 n 个整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示按照蓝桥王国的数字大小规则从小到大排序后的结果。

【样例输入】

```
3
18 29 6
```

【样例输出】

```
6 29 18
```

【样例说明】

对于给定的数字序列 $[18, 29, 6]$ ，数字 18 的封闭图形个数为 2，数字 29 的封闭图形个数为 1，数字 6 的封闭图形个数为 1。按照封闭图形个数从小到大排序后，得到 $[29, 6, 18]$ 。

由于数字 29 和数字 6 的封闭图形个数相同，因此需要进一步按照数值大小对它们进行排序，最终得到 $[6, 29, 18]$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 50% 的评测用例， $1 \leq n \leq 2 \times 10^3$ ， $1 \leq a_i \leq 10^5$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

试题 D: 商品库存管理

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

在库存管理系统中,跟踪和调节商品库存量是关键任务之一。小蓝经营的仓库中存有多种商品,这些商品根据类别和规格被有序地分类并编号,编号范围从 1 至 n 。初始时,每种商品的库存量均为 0。

为了高效地监控和调整库存量,小蓝的管理团队设计了 m 个操作,每个操作涉及到一个特定的商品区间,即一段连续的商品编号范围(例如区间 $[L, R]$)。执行这些操作时,区间内每种商品的库存量都将增加 1。然而,在某些情况下,管理团队可能会决定不执行某些操作,使得这些操作涉及的商品区间内的库存量不会发生改变,维持原有的状态。

现在,管理团队需要一个评估机制,来确定如果某个操作未被执行,那么最终会有多少种商品的库存量为 0。对此,请你为管理团队计算出,对于每个操作,如果不执行该操作而执行其它操作,库存量为 0 的商品的种类数。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n 和 m ,分别表示商品的种类数和操作的个数。

接下来的 m 行,每行包含两个整数 L 和 R ,表示一个操作涉及的商品区间。

【输出格式】

输出 m 行,每行一个整数,第 i 行的整数表示如果不执行第 i 个操作,则最终库存量为 0 的商品种类数。

【样例输入】

```
5 3
1 2
```

2 4

3 5

【样例输出】

1

0

1

【样例说明】

考虑不执行每个操作时，其余操作对商品库存的综合影响：

- 不执行操作 1：剩余的操作是操作 2（影响区间 $[2, 4]$ ）和操作 3（影响区间 $[3, 5]$ ）。执行这两个操作后，商品库存序列变为 $[0, 1, 2, 2, 1]$ 。在这种情况下，只有编号为 1 的商品的库存量为 0。因此，库存量为 0 的商品种类数为 1。

- 不执行操作 2：剩余的操作是操作 1（影响区间 $[1, 2]$ ）和操作 3（影响区间 $[3, 5]$ ）。执行这两个操作后，商品库存序列变为 $[1, 1, 1, 1, 1]$ 。在这种情况下，所有商品的库存量都不为 0。因此，库存量为 0 的商品种类数为 0。

- 不执行操作 3：剩余的操作是操作 1（影响区间 $[1, 2]$ ）和操作 2（影响区间 $[2, 4]$ ）。执行这两个操作后，商品库存序列变为 $[1, 2, 1, 1, 0]$ 。在这种情况下，只有编号为 5 的商品的库存量为 0。因此，库存量为 0 的商品种类数为 1。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^3$ ， $1 \leq L \leq R \leq n$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 3 \times 10^5$ ， $1 \leq L \leq R \leq n$ 。

试题 E: 砍柴

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝和小乔正在森林里砍柴，它们有 T 根长度分别为 n_1, n_2, \dots, n_T 的木头。对于每个初始长度为 n 的木头，小蓝和小乔准备进行交替砍柴，小蓝先出手。每次砍柴时，若当前木头长度为 x ，需要砍下一截长度为 p 的木头，然后换另一个人继续砍，其中 $2 \leq p \leq x$ 且 p 必须为质数。当轮到某一方时 $x = 1$ 或 $x = 0$ ，它就没法继续砍柴，它就输了。它们会使用最优策略进行砍柴。请对每根木头判断是小蓝赢还是小乔赢，如果小蓝赢请输出 1（数字 1），如果小乔赢请输出 0（数字 0）。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 T ，

接下来 T 行，每行包含一个正整数，其中第 i 的整数为 n_i 。

【输出格式】

输出 T 行，每行包含一个整数，依次表示对于每一根木头的答案。

【样例输入】

```
3
1
2
6
```

【样例输出】

```
0
1
1
```


【样例说明】

对于 $n_1 = 1$ ，由于当前长度 $x = 1$ ，小蓝直接输掉，小乔赢；

对于 $n_2 = 2$ ，小蓝选择 $p = 2$ ，轮到小乔时当前长度 $x = 2 - 2 = 0$ ，小乔输掉，小蓝赢；

对于 $n_3 = 6$ ，小蓝选择 $p = 5$ ，轮到小乔时 $x = 6 - 5 = 1$ ，小乔输掉，小蓝赢。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n_i \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n_i \leq 10^5$ ， $1 \leq T \leq 10^4$ 。

试题 F: 智力测试

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝考上了世界上最好的魔法师学校, 然而入学第一件事就是智力测试, 老师给出了一个 $n \times m$ 大小的棋盘, 同时对每行每列设置了权重 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 和 $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$, 因此, 对于第 r 行第 c 列的格子 (r, c) , 其权重为一个二元组 (R_r, C_c) 。

小蓝可以在格子之间进行移动, 若某时刻小蓝在格子 (r, c) , 那么他可以一步走到任意的格子 (r', c) 或 (r, c') , 其中 r', c' 满足:

- (1) $R_{r'} > R_r, C_{c'} > C_c$,
- (2) $\nexists r'', c''$ 满足 $R_{r'} > R_{r''} > R_r, C_{c'} > C_{c''} > C_r$ 。

之后, 老师提出了 T 个问题, 第 i 个问题为: 假设小蓝从格子 (s_r^i, s_c^i) 出发, 移动到格子 (t_r^i, t_c^i) 有多少种不同的走法, 答案对 1000000007 取模。

【输入格式】

输入的第一行包含三个正整数 n, m, T , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

第二行包含 n 个正整数 R_1, R_2, \dots, R_n , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含 m 个正整数 C_1, C_2, \dots, C_m , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

接下来 T 行, 第 i 行包含四个正整数 $s_r^i, s_c^i, t_r^i, t_c^i$, 相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出 T 行, 每行包含一个整数, 依次表示每个问题的答案。

【样例输入】

```
4 4 2
4 2 3 1
```

2 1 2 1
4 4 1 1
2 2 2 4

【样例输出】

4
0

【样例说明】

询问 1:

$(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1)。$

询问 2:

不存在方案可以从 $(2, 2)$ 走到 $(2, 4)$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m, T \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m, T \leq 10^5$ ， $1 \leq R_i, C_i \leq 10^8$ ， $1 \leq s_r^i, t_r^i \leq n$ ，
 $1 \leq s_c^i, t_c^i \leq m$ 。

试题 G: 最大异或结点

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝有一棵树，树中包含 N 个结点，编号为 $0, 1, 2, \dots, N-1$ ，其中每个结点上都有一个整数 X_i 。他可以从树中任意选择两个不直接相连的结点 a 、 b 并获得分数 $X_a \oplus X_b$ ，其中 \oplus 表示按位异或操作。

请问小蓝可以获得的最大分数是多少？

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 N ，表示有 N 个结点。

第二行包含 N 个整数 X_1, X_2, \dots, X_N ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含 N 个整数 F_1, F_2, \dots, F_N ，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中第 i 个整数表示 i 的父结点编号， $F_i = -1$ 表示结点 i 没有父结点。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
1 0 5 3 4
-1 0 1 0 1
```

【样例输出】

```
7
```

【样例说明】

选择编号为 3 和 4 的结点， $x_3 = 3$ ， $x_4 = 4$ ，他们的值异或后的结果为 $3 \oplus 4 = 7$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 1000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 10^5$ ， $0 \leq X_i \leq 2^{31} - 1$ ， $-1 \leq F_i \leq N$ ， $F_i \neq 0$ 。

试题 H: 植物生命力

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝是一位资深的植物学家，他专注于研究植物的相互关系和生命力。在他所照料的森林中，每个品种的植物都拥有独特的生命力，彼此之间互不相同。

植物的生命力会影响其下级品种的生长。具体地，如果下级品种的生命力数值无法被上级品种的生命力数值整除，或者下级品种的生命力数值大于上级品种的生命力数值时，它们便会受到压制，无法茁壮成长。

为了深入研究和定量分析这一现象，小蓝构建了一种模型。他将森林中的植物品种关系抽象成了一棵包含 n 个结点的树，结点的编号从 1 到 n ，代表不同的植物品种。其中，树的根结点编号为 s ，结点 i ($1 \leq i \leq n$) 的生命力表示为 a_i 。

现在，小蓝想要对于每个结点 i ，统计其子树（以 i 为根的子树）中同时满足以下两个条件的子结点的数量：

1. 子结点的生命力小于结点 i 的生命力 a_i 。
2. 子结点的生命力无法被结点 i 的生命力 a_i 整除。

请你帮助小蓝计算出所有子树中满足条件的结点个数的总和。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n 和 s ，分别表示结点的数量和根结点的编号。

第二行包含 n 个互不相同的整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中 a_i 表示编号为 i 的结点的生命力。

接下来的 $n-1$ 行，每行包含两个整数 u 和 v ，用一个空格分隔，表示编号为 u 和 v 的结点之间存在一条边。

【输出格式】

输出一行包含一个整数，表示所有子树中满足条件的结点个数的总和。

【样例输入】

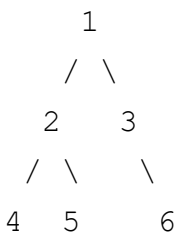
```
6 1
6 5 3 2 4 1
1 2
1 3
2 4
2 5
3 6
```

【样例输出】

4

【样例说明】

在给定的样例中，树的结构如下：



在以 1 为根的子树中，满足条件的结点有 2,5，个数为 2。
在以 2 为根的子树中，满足条件的结点有 4,5，个数为 2。
在以 3 ~ 6 为根的子树中，没有满足条件的结点，个数均为 0。
因此答案为 $2 + 2 = 4$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 2 \times 10^3$ ， $1 \leq s, u, v, a_i \leq n$ ， a_1, a_2, \dots, a_n 互不相同。
对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq s, u, v, a_i \leq n$ ， a_1, a_2, \dots, a_n 互不相同。